

算数的活動を通して学生に考える楽しさを感得させる教材の工夫

橋本由美子

要約

本研究は、算数的活動を通して学生に考える楽しさを感得させる教材を工夫することにある。第一に算数的活動と数学的思考力について述べた。第二に課題提示の教材の工夫に焦点を当て、次の観点で教材を分類した。(1)子どもや学生に親しみを感じさせる和算の教材 (2)日常生活の中で活用できる算数教材 (3)パズルの要素を含む教材 (4)数の並び方や図形の美しさを実感させる教材 (5)活動の中から数学的なきまりを見つける教材 第三に分類した項目の具体例を挙げ、学生の反応例を示した。結果としては考えることが楽しいと感じる学生の姿が見られた。今後の課題としては、よりこれらの教材を子どもへの実践で検証することである。

キーワード 算数的活動、数学的思考力、和算、教材

目次

はじめに

1. 研究の目的・方法
 2. 研究の内容
 - 2.1 算数教育の目的
 - 2.2 学習指導要領の変遷
 - 2.3 算数的活動とは
 - 2.4 数学的思考力とは
 - 2.5 思考力を阻む要因
 3. 学生の実態
 4. 教材の分類と例
 - (1) 子どもや学生に親しみを感じさせる和算の教材
 - (2) 日常生活の中で活用できる算数教材
 - (3) パズル的な要素を含む教材
 - (4) 数の並び方や図形の美しさを実感させる教材
 - (5) 活動の中から数学的なきまりを見つける教材
 5. まとめ
- 知見と今後の課題

はじめに

本学のこども学部の幼稚園教諭免許の選択科目の一部に、「算数」「国語」「生活」がある。その中で筆者は「算数」を教授している。受講生の受講理由としては、「算数・数学が好き」「計算が好き」「成績が良かった」「苦手なのでやり直したい」などが多く、「考えるのが楽しい」「問題が解けた時、嬉しい」などは少ない。高校までの授業は受験一辺倒で、どちらかというと知識偏重であり、計算できればいい。算数・数学は公式を覚えていればいい。将来数学を使うことはない等の理由で算数・数学の好き嫌いの差が歴然としている。

今、学生たちに欠けていることは、学ぶ楽しさ、問題を追究する楽しさではないかと考える。将来幼児教育の現場に従事するときに、筋道を立てた考え方をすることは大切である。

そのために、考えることが苦にならない。むしろ、考えることが楽しいという人間に育てていきたい。

現実をみれば、授業が終われば、アルバイトに明け暮れ、時給のいい深夜の仕事に就いて、1限は居眠り状態の学生がいるのも現状である。しかし、中には、問題に没頭して楽しいという学生や、数学的なセンスがきらりと光る学生もいる。数学的思考力が身につき、学ぶ喜び、学ぶ楽しさを感じ得る学生を多く作っていきたいと考える。

尚、本研究は究極的には子どもを対象にしているが、今回は現在指導している学生を中心に記述をする。

1. 研究の目的・方法

本研究の目的は、算数的活動を通して考える楽しさを感じ得し、数学的思考力を身に付けられる楽しく学べる算数教材を工夫することにある。研究の方法として、下記の手順で研究を進める。

- (1) 算数教育の目的、学習指導要領の変遷
- (2) 算数的活動
- (3) 数学的思考力
- (4) 教材の分類とその具体例

2. 研究の内容

まず、算数教育の目的について記述する。

2.1 算数教育の目的

現学習指導要領告示（平成20年3月）には、算数科において、

- ◎算数的活動・数学的活動を一層充実
- ◎基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着
- ◎数学的な思考力・表現力の育成

◎学ぶ意欲、学ぶことの意義や有用性

◎学んで身に付けたことを生活や学習に活用

が重視されている。

この中で、学生たちに数学的な思考力、学ぶ意欲、算数的活動を重視したいと考える。何故なら、高校1年で数学を履修して以来、選択科目で数学を学んできた学生を除いて久々の算数・数学に触れることになる。計算は電卓に頼り、面積（例えば台形の求積）の公式もうろ覚えの学生もみられる。必要最小限の知識や理解は必要である。そこで、単に知識・理解として復習させるのではなく、公式のできる過程を理解したり、考える楽しさを感じさせたりすることを重視したいと考える。また、数や図形のもつ美しさに触れ、神秘を感じるにより、算数・数学に関心を持たせたいと考えた。ひいては、それが、幼児教育に携わる時の学生の自信になると考える。

2.2 学習指導要領の変遷

学習指導要領の変遷を挙げるが、算数教育を考えるにあたって、約40年前に強調された数学教育の現代化以降について述べることにする。

昭和46年度（1971年）実施 時代の進展に対応した教育内容の導入（集合・関数・確率など）
日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて、考え、統合的・発展的に考察し処理する能力と態度を育てる。

昭和55年度（1980年）実施 各教科等の目標・内容を中核的事項にしぼる
数量や図形について基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、処理する能力と態度を育てる。

平成4年度（1992年）実施 社会の変化に自ら対応できる心豊かな人間の育成
数量や図形についての基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、数理的な処理のよさがわかり、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。

平成14年度（2002年）実施 教育内容の厳選（小1－小6、869時間、算数的活動）
学習指導要領の一部改正（平成15年）

数量や図形についての算数的活動を通して、基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。

平成23年度（2011年）実施 数学的思考力・表現力の育成など（算数的活動の一層の充実）算数的活動を通して数量や図形についての基礎的・基本的な知識および技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。

以上の変遷を述べたが、時代の流れと共に数学的思考力と算数的活動が強調されてきている。現在の小学校算数の目標は

算数的な活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。

となっている。

算数教育のキーワードは、簡単にまとめると

- 算数的活動の充実 ○基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着
- 数学的な思考力・表現力 ○生活や学習に活用

の4点を算数としての系統性を重視しつつ、学年間で指導内容の一部を重複させる。→指導内容のなだらかな発展、学び直し、発達や学年の段階に応じた反復（スパイラル）で学習させることである。

そこで、本研究のテーマである「算数的活動」と考える楽しさを感じさせるのに重要な「数学的思考力」について以下述べる。

2.3 算数的活動とは

算数的活動とは『小学校学習指導要領解説「算数編』』（2008）p8によると

「算数的活動とは、児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動を意味している。算数的活動には、様々な活動が含まれ得るものであり、作業的・体験的な活動など身体を使ったり、具体物を用いたりする活動を主とするものがあげられることが多いが、そうした活動に限られるものではない。算数に関する課題について考えたり、算数の知識をもとに発展的・応用的に考えたりする活動や、考えたことなどを表現したり、説明したりする活動は、具体物などを用いた活動でないとしても算数的活動に含まれる。」とある。この研究では特に、「算数的活動には、様々な活動が含まれ得るものであり、作業的・体験的な活動など身体を使ったり、具体物を用いたりする活動を主とするもの」と「算数に関する課題について考えたり、算数の知識をもとに発展的・応用的に考えたりする活動」に重点を置く。

また、算数的活動を取り入れることによって、次のように算数の授業を改善できることも

P9に記述してある。

「・算数の授業を児童の活動を中心とした主体的なものとする。 ・算数の授業を児童にとって楽しいものにする。 ・算数の授業を児童にとって分かりやすいものとする。 ・算数の授業を児童にとって感動のあるものとする。 ・算数の授業を創造的・発展的なものとする。 ・算数を日常生活や自然現象と結びつけたものとする。 ・算数と他教科、総合的な学習の時間等とを関連させる活動を構想しやすいものとする。」

このように算数的な活動は、考える力をつけ、楽しく学ぶ上で大変有効である。

2.4 数学的思考力とは

次に「数学的思考力」について述べる。考える楽しさを感じ得るためには、先ず数学的思考力を付けなければならない。数学的思考力は、筋道を立てて考えるときに重要である。一般化、特殊化、統合的な考え、発展的な考え、帰納的な考え、類推的な考え、演繹的な考え等、単位の考え等様々な考えがある。橋本（2009）は

筋道を立てて考える時に用いられる数学的な考えとして、次のように述べている。

① 幾つかの事例から一般的な法則を帰納する考え

帰納的に考えるとは、いくつかの具体的なデータの中に隠されているきまりを見つけ、こと更に、帰納的に考え、問題を解決するとは、帰納的に考えた上で、そのきまりが与えられた問題にあてはまると考え、そのきまりを適用して解決すること

② 既知の似た事柄から新しいことを類推する考え

似た場面で、前に解いた問題の考え方が使えないかと考える。ひとつの事柄がわかっているとき、それに類似の場合に、同じようなことが成り立つかどうかということを考えること

③ 既知の事柄から理詰めで推論する演繹の考え

きちんとした根拠や理由を持って説明したり、結論を導いたりすることを考える。

上記のように、①帰納的に考える ②類推的に考える ③演繹的に考えるという3つの数学的思考力を使って問題解決ができた時、子どもは考える楽しさを感じ、達成感、成就感を持って、また別の問題を解いてみたいと考えるものと確信する。筆者も数学的思考力を上記の帰納的な考え、類推的な考え、演繹的な考えを主に捉える。なぜ筋道を立てて考えることが大切なのだろうか？ 学則不固（学べばすなわち固ならず）という故事がある。学問に励んでいれば考え方も柔軟になり、頑迷さがなくなるということである。学んだことは使わないと忘れる（スパイラル、活用）そこで、「繰り返し考える」ことが大切なのである。

しかし、現実には、思考力を阻み、算数嫌いにしている面があることを否めない。以下、思考力を阻むものについて述べる。

2.5 思考力を阻む要因

思考力を阻むものとして考えられる要因は、

(1) 課題について

- ① 親切すぎる課題提示
- ② 疑問を起こさせない課題提示
- ③ 発達段階に合わない課題
- ④ 児童の興味からかけ離れた課題

(2) 教師の授業の進め方について

- ① 計画性のない発問
- ② 教師の意図と外れたときの児童への対応
- ③ 待たない先生（考える時間を与えない）
- ④ 教材研究の不足

などが考えられる。児童の心の中に「？」の疑問が自然と湧き出し、それが「解いてみたい」という気持ちにつながり、「解けた」という成就感になり、また「別の問題をもっと解いてみたい」という意欲につながる。こうした正のスパイラルが算数好きの児童を作るのである。

思考力を阻む原因には、上記のように課題の与え方、教師の授業の進め方等様々に原因が考えられる。子どもの学びを確実にするために、本研究では「算数的活動」の充実、考える楽しさを味わえる教材の工夫に焦点を当てる。

3. 学生の実態

2012年度前期科目「算数」の4月第1時のアンケート（3年対象40名）によると算数という科目のイメージ（複数回答可）

- 難しい (10) 数字を計算するイメージ・たしざん・ひきざん (9)
- 頭がいいイメージ (2)
- 頭のよい人は算数が得意 (1) 高学年になるとわからなくなる (1)
- 単純 (2) 少しややこしい図形 解き方がいろいろ 数学より簡単
- 覚えるのが大変 頭を使う (2) 数学の易しいバージョン・準備
- 様々な考え方があって楽しい つまらない 答えが一つしかない
- 正解がちゃんとある 理由も法則もある

上記のアンケート結果から【プラスのイメージ】と【マイナスのイメージ】に分けてみる。

【プラスのイメージ】

- 数字を計算するイメージ・たしざん・ひきざん (9) 頭がいいイメージ (2)
- 頭を使う (2) 単純 (2) 頭のよい人は算数が得意 (1) 解き方がいろいろ
- 数学より簡単 数学の易しいバージョン・準備 様々な考え方があって楽しい
- 正解がちゃんとある 理由も法則もある

【マイナスのイメージ】

- 難しい (10) 高学年になるとわからなくなる (1) 少しややこしい図形
- 覚えるのが大変 つまらない 答えが一つしかない

上記のことから、算数は計算であるというイメージが強い。「理由や法則がある」「解けると楽しい」と思っている反面、「難しい」と思っている学生も多い。そこで、算数を固定的に見て、「答えは一つ」「計算さえできればいい」という考え方を払拭させることが肝要である。「算数も考え方で答えはいろいろあるのだ」「考えて問題を解けると楽しい」という考え、さらに解けた→楽しい→別の考え方はないかな→できた→また別の問題をもっと解いてみたいと考え、達成感、充実感を持てる学生を増やしたいと考える。

4. 教材の分類と例

算数的な活動を通して考える楽しさを感じ得る上で、有効な教材を次の観点から型分けしてみた。

- (1) 子どもや学生に親しみを感じさせる和算の教材
 - (2) 日常生活の中で活用できる算数教材
 - (3) パズル的な要素を含む教材
 - (4) 数の並び方や図形の実感させる教材
 - (5) 活動の中から数学的なきまりを見つける教材
- 次に各観点ごとに具体例を述べる。

(1) 子どもや学生に親しみを感じさせる和算の教材

橋本(2010)は和算の教材の価値づけとして次のように述べている。

「江戸時代の塵劫記に取り上げられた問題は、数学的思考力を働かせることによって解決できる問題が多い。言い換えると、数学的思考力を育てる問題の宝庫といえる。考える楽しさが入り、帰納、類推、演繹の他に特殊化、一般化、発展などの数学的思考力を培う題材がたくさんちりばめられている。伝統的な数学の中に先人の知恵が凝縮され、古くて新しいものの中に教材化でき、現代の指導につながるものが多く見られる。

小学校で興味を喚起する問題を解決し、考える楽しさを感じ得れば数学的思考力が養われるものと考える」

塵劫記の「ねずみ算」「入り子算」「盗人隠し」「薬師算」「油分け算」「目付け字」「さっさ立て」等の一部を記述する。

【ねずみ算】

【数学的思考力との関連】

たった2匹の番のねずみから12匹ずつ生まれると、ねずみ算式に増え、12か月で200億というとても数になる驚きを感じる教材である。小学校で扱うときは電卓を使うと、計算が苦手な子でもできる。【演繹的な考え】

【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など身体を使った活動

正月の初めにねずみの一組の夫婦がいます。この夫婦が正月に子を12匹産みました。親子合わせて14匹になります。2月にはこの14匹が7組の夫婦となってそれぞれ子を12匹ずつ産みます。合わせて98匹になります。3月にはこの98匹が49組の夫婦となって子をそれぞれ12匹ずつ産みます。このように毎月子を産み続けるとすれば、12月の終わりには全部で何匹になりますか。

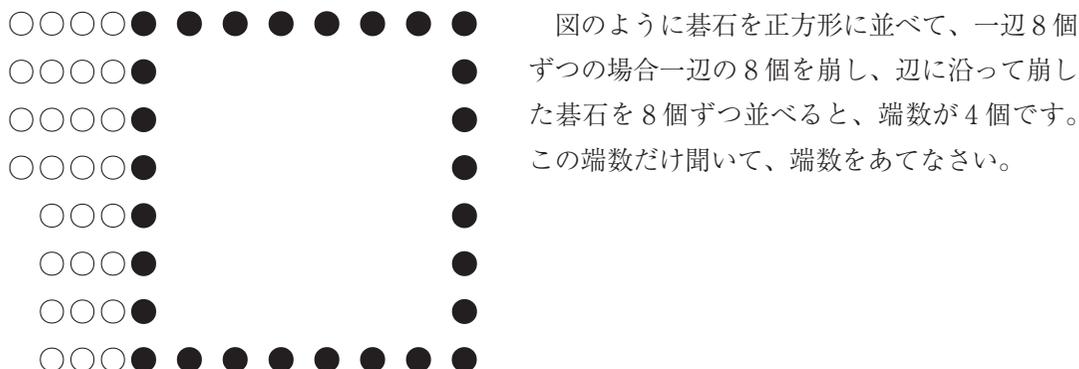
【薬師算】

【数学的思考力との関連】

帰納的な考え、数字を変えることにより一般化、統合的な考え

【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など身体を使った活動



(計算法)

端数 $4 \times 4 + 1212$ という数は「薬師」に関係深い数である。薬師如来は12の誓願を立てて仏となり、12の神将を従え、縁日は毎月12日という。12というと薬師如来から薬師算という名前がついた。

【盗人隠し】

【数学的思考力との関連】

類推的な考え 図を用いて問題解決をする。試行錯誤で決まりを見つける。やりながらどの場所の数を増減したら全体の数が変わるか検討をつける。

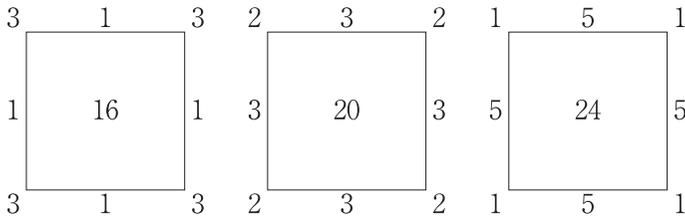
【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など身体を使った活動

この「盗人隠し」は『柳亭記』（江戸時代に書かれたもの）に載っている、『算法童子問』にもある。西洋にもぶどう酒を4本持ち出して並べ直したが、主人が気付かなかったという話がある。

原題 佐藤健一, 「和算百話」, 東洋書店, pp.18-19, 2007年

唐と日本の国境の沖に船を改める番所があります。四方を見張れるように各方7人ずつ並んでいます。ここに盗人が8人やってきて、「われわれは日本におられなくなったので、匿ってほしい」という。「四方7人見張りだから、人数が定まっているので無理だ」といっているのをそばで聞いていた番人の一人が7人見張りを増やさずに8人を隠しました。



実際の授業では、

お城の見張り役を一番少ない人数で配置したいと思います。どの方向から見ても、周りの一列が7人のとき、どんな配置が考えられますか？ 合計は最大何人、最小何人になりますか？ 周りが8人の時はどうなりますか？

【反応例】

4	2	1
2		2
1	2	4

総数 18

4	1	2
1		1
2	1	4

総数 16

2	4	1
4		4
1	4	2

総数 22

周りの【1, 2, 4】の他、【1, 3, 3】【1, 5, 1】【2, 3, 2】またこれらを混ぜた解答例が見られた。

4	2	1
2		2
1	2	4

4	1	2
1		1
2	1	4

2	4	1
4		4
1	4	2

学生は初め試行錯誤で行っていたが、上記の網掛けの部分に着目し、この部分の数字が小さくなるほど総数は小さくなること、組み合わせがたくさんあり、最小の人数にする配置も複数存在することに気付いた。

【油分け算】

【数学的思考力との関連】

類推的な考え 図や表を用いて問題解決をする。試行錯誤で決まりを見つける。この場合の【試行錯誤】は自分なりのモデルできまりを見つけられればよい。

自分のやり方をやって、他のやり方を知り、知的な喜びを得られればよいと考え、肯定的な意味として捉えた。西洋にもぶどう酒を分けるという似たような問題がある。

【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など身体を使った活動 具体物を使った活動

原題は

1斗桶に油が10升入っています。これを7升枡と3升枡を使って1斗桶に5升、7升枡に5升を入れたい。どうすればよいと思いますか。

(という課題提示で図は皆無である)

であるが、授業では現代風に直し、次のように課題を提示した。

1 Lますに水が1 L入っています。これを7 d Lますと3 d Lますを使って1 Lますに5 d L、7 d Lますに5 d Lを入れたい。どうすればよいと思いますか。

小学生対象の場合は具体物を用いて、実際に水を移し替えさせる方法を用いることができるが、図を用いて水の推移を調べたりすることができる。学生は、数字を矢印を使いながら操作して、推移を調べ、解決していた。

尚、文部科学省、個に応じた指導に関する指導資料—発展的な学習や補充的学習の推進—、教育出版株式会社、pp.105-110、2002年の中に「江戸時代の算数にチャレンジしよう」6年という形で解説されている。ここではやはり絵や図や表が思考の道具として使われている。

(2) 日常生活の中で活用できる算数教材

【例1】円周率・ π について

【数学的な思考力との関連】

類推的な考え

【算数的活動との関連】

算数に関する課題について考えたり、算数の知識をもとに発展的・応用的に考えたりする活動

π は日常の中でよく使われている。円周率は3であるとか、3.14まで教えればよいと一時マスコミで話題になったが、円周率の π は実に奥深く、また日常生活もいろいろ取り入れられている。

次のようなことを知ると、子どもは π への認識を改め、数学の持つ魅力を感じると確信す

る。例えば π の話 「頭がしびれるテレビ」 - 円周率・ π なぜ3じゃダメなの？

『NHK 総合, 2012年5月21日放映』

- ① 陸上の砲丸投げの球がよく飛ぶようにするために $\pi = 3.141592653$ で計算し、球を製造している。
- ② タイヤの滑らかさを出すため π の数値は企業秘密。
- ③ 指輪 3.14で作る。3だと、指輪のサイズが小さくなる。
- ④ 400 Mトラック 直線80メートル半円120メートルのコーナーで3だと400 mのところ389 mになる。 $(\text{半径} + 0.3 \text{ m}) \times \pi = 120 \text{ m}$ π に3.1416を入れる。
- ⑤ 宇宙を飛んだはやぶさ 3.14だと3億キロの帰還で15万キロのずれが出る。

「 π は神の最高傑作である」と藤原正彦氏は述べている。 π は超越数でどんな方程式の根にもならない。乱数〈循環しない〉無理数であり、アルキメデスは2300年前に円に内接する六角形と外接する六角形から π を求めた。江戸時代に建部賢弘〈たかひろ〉は1024角形〈ほとんど円〉から計算し、小数点以下41桁まで求めた。

日本でも優れた数学者がいることを知らせると、数を身近に感じる。

【例2】 【例3】 【数学的な思考力との関連】

類推的な考え

【算数的活動との関連】

「算数に関する課題について考えたり、算数の知識をもとに発展的・応用的に考えたりする活動

【例2】 オリンピックでウサイン・ボルトが100メートルを9秒63のオリンピック新記録で優勝した。時速に直すと何キロか？ 答え 37.38キロ

【例3】 だちょうとボルトとイノシシが競走したとすると、計算上一番は？

- ❁ だちょう 時速45キロ
- ❁ ボルト 時速37キロ
- ❁ いのしし 時速47キロ

(3) パズル的な要素を含む教材 平面キューブ、パターブロック、ペントミノ
ジオボード、1089の予言、年齢当て等。

【例1】 平面キューブ

【数学的な思考力との関連】

類推的な考え

【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など身体を使った活動、具体物を使った活動

表	対称	裏																																	
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>①</td><td>②</td><td>⑤</td><td>⑤</td></tr> <tr><td>③</td><td>③</td><td>④</td><td>④</td></tr> <tr><td>②</td><td>④</td><td>③</td><td>③</td></tr> <tr><td>①</td><td>④</td><td>⑤</td><td>⑤</td></tr> </table>	①	②	⑤	⑤	③	③	④	④	②	④	③	③	①	④	⑤	⑤		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>②</td><td>①</td><td>⑥</td><td>⑧</td></tr> <tr><td>②</td><td>①</td><td>⑥</td><td>⑧</td></tr> <tr><td>⑦</td><td>⑥</td><td>⑧</td><td>⑦</td></tr> <tr><td>⑦</td><td>⑥</td><td>⑧</td><td>⑦</td></tr> </table>	②	①	⑥	⑧	②	①	⑥	⑧	⑦	⑥	⑧	⑦	⑦	⑥	⑧	⑦	
①	②	⑤	⑤																																
③	③	④	④																																
②	④	③	③																																
①	④	⑤	⑤																																
②	①	⑥	⑧																																
②	①	⑥	⑧																																
⑦	⑥	⑧	⑦																																
⑦	⑥	⑧	⑦																																

罫線の太いところは切る。番号は色別。同じ番号は同じ色にする。

【学生の反応】

学生に自分で作らせ、活動させる。この平面キューブは色の位置により、一回でできるものから紙を裏返したり、回転させたり、折ったりして、2回、3回でできるもの等パターンに分かれる。はじめは試行錯誤でやっていた学生も折る順序等予想しながら、算数的活動を通して図形に親しみ、ルービックキューブのように一面を平面上で同じ色にしていた。何色は何回で一面が同色になるか、パターン分けしながら取り組んでいる学生も出てきた。

【例 2】 1089 の予言

【数学的な思考力との関連】

帰納的な考え

【算数的活動との関連】

算数に関する課題について考えた活動

- 問題
- ① 三桁の数を1つ書いてください。ただし、1の位と100の位は2以上あけるようにしてください。
 - ② 書けたら逆の順番に書きます。たとえば123だったら321です。
 - ③ 大きい数から小さい数を引きます。
 - ④ また逆の順に書いてください。
 - ⑤ 今度は大きい数と小さい数をたしてください。
 - ⑥ こたえをあてます。

【例】

589 と書く (逆の順にする)

985 (985 から 589 を引く)

$$\begin{array}{r}
 985 \\
 -589 \\
 \hline
 396
 \end{array}$$

(逆の順にする)

$$\begin{array}{r} 693 \\ + 396 \\ \hline 1089 \end{array} \quad (693 \text{ と } 396 \text{ をたす})$$

教師は計算しないのに、1089の解答を当てるので、子どもは驚く。次に全員が同じ答えになることに気づく。「あれっ、不思議だな。他の例でもやってみよう」と考え、幾つか計算してみる。同じように1089になる。ここで、前述した帰納的な考え（いくつかの具体的なデータの中に隠されているきまりを見つけること。更に、帰納的に考え、問題を解決するとは、帰納的に考えた上で、そのきまりが与えられた問題にあてはまると考え、そのきまりを適用して解決すること）が培われる素地になる。

【例3】年齢当て

【数学的な思考力との関連】

帰納的な考え

【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など身体を使った活動

- ①「年齢を打ち込んでください」
- ②「2をかけてください」
- ③「18を足してください」
- ④「また、2をかけてください」
- ⑤「それから36を引いてください」
- ⑥「その結果を、4で割ってください」
- ⑦「いくらになりましたか」

$$\begin{aligned} &(X \times 2 + 18) \times 2 - 36 \\ &= 4X + 36 - 36 \\ &= 4X \\ &\text{これを4で割るので} \\ &\text{年齢} X \text{が出る。} \end{aligned}$$

上記の例のようにまるで数のマジックのように課題を提示すると、学生でも、「あれっ、不思議だな。どうしてそうなるのかな」と興味を示し、帰納的にいくつかの事例を調べ、結果を導き出していた。

(4) 数の並び方や図形の美しさを実感させる教材

数字を使った数づくり、高橋の数

【例1】数字を使った数づくり

【数学的な思考力との関連】

帰納的な考え

【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など

1から9までの数字を一回ずつ使い、3桁の数をつくり、足し算や引き算で答えがゼロ目になる計算を作ってみよう。

【学生の解答例】

$$\begin{array}{r}
 987 \quad 876 \quad 765 \quad 654 \quad 978 \quad 789 \quad 867 \quad 123 \quad 321 \quad 132 \\
 -654 \quad -432 \quad -432 \quad -321 \quad -645 \quad -456 \quad -423 \quad +654 \quad +456 \quad +645 \\
 \hline
 333 \quad 444 \quad 333 \quad 333 \quad 333 \quad 333 \quad 444 \quad 777 \quad 777 \quad 777 \text{ (略)}
 \end{array}$$

【やり方の反応例】

・ゾロ目からランダムに引いて引いた数字を引いた後の数字にかぶってなかったらオッケー・最初に数字を決めてゾロ目になるようにした。 ・たすにせよ、ひくにせよ数字に連続性がある。 ・ゾロ目から数字を足して探す。1～9まで順に書く。答えを書いてから、式を考える。 ・答えから出してその数字になるものを当なる式というように考えた。 ・連続した数字3桁とその続きの連続した数字3桁をひくとゾロ目になる。

学生の反応は、はじめは戸惑い、試行錯誤で解いていたが、100の位を順序よく変えていけばいろいろな組み合わせができることに気づき始めた。また、100の位、10の位、1の位を入れ替えればいろいろな組み合わせができる。実際に数字を操作しながら、規則的な並びを見付け、考える楽しさに気付いた。

【例2】数の不思議な組み合わせ

【数学的な思考力との関連】

帰納的な考え

【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など

1から9までを一回ずつ使い、たし算を作りましょう。

解答例

$$\begin{array}{r}
 324 \quad 752 \quad 314 \quad 317 \quad 429 \quad 234 \quad 654 \\
 +567 \quad +184 \quad +658 \quad +628 \quad +138 \quad +657 \quad +327 \\
 \hline
 891 \quad 936 \quad 972 \quad 945 \quad 567 \quad 891 \quad 981
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 514 \quad 175 \quad 245 \quad 154 \\
 +269 \quad +293 \quad +736 \quad +629 \\
 \hline
 783 \quad 468 \quad 981 \quad 783
 \end{array}$$

0から9までを一回ずつ使い、かけ算九九の答えを作りましょう。

【数学的な思考力との関連】

帰納的な考え

【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など

2 7	7 2	2 7	7 2
0 3	3 0	3 6	6 3
4 9	4 9	4 8	4 8
8 1	1 8	0 9	0 9
5 6	5 6	1 5	1 5

【例 3】高橋の数

【数学的な思考力との関連】

演繹的な考え

【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など

1 自然数をひとつ考える	495
2 各桁の数字を並び替えて一番大きな数を作る	954
3 逆にその桁数で一番小さい数を作る	459
954 から 459 をひく	$954 - 459 = 495$

もとの数に戻る問題

1 1 から 9 までを 1 回ずつ使った数字を考える	864197532
2 上の数を入れ替えて一番大きい数を作る	987654321
3 今度は一番小さい数を作る	123456789
2 から 3 を引く	$987654321 - 123456789$
4 元の数に戻る	864197532

この問題はどの数でも成り立つわけではないが、数の並びの美しさを感じさせるには興味深い問題である。

(5) 活動の中から数学的なきまりを見つける教材

タングラム、ジオボード、パターブロック、ペントミノ、立方体の展開図づくり、展開図から立方体づくり、かけ九九表のきまり発見、フィボナッチ数列

フォーフォーズ

タングラム

タングラムは、三角形大2、中1、小2、正方形1、長方形1枚計7枚で構成されている。これらの形を2枚、3枚、4枚、それぞれ使って正方形を作ったりする活動ができる。

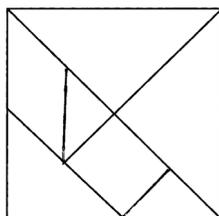


図1

ペントミノ

ペントミノは5つの正方形を辺に沿ってつなげた形は、回転・鏡像によって同じになると考えると、12種類ある、このピースを隙間なく、敷き詰める活動ができる。



図2

数についての感覚を豊かにするために、下記のようなかけ算九九表を考えてみる。

【例1】 たて、横、斜めに見てきまりをたくさん見つけよう

【数学的な思考力との関連】

演繹的な考え

【算数的活動との関連】

作業的・体験的な活動など

表1 かけ算九九表

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

【反応例】

- ① かける数が1つ増えるとかけられる数だけ増える。
- ② かけられる数とかける数を入れ替えて計算しても答えは同じ
- ③ 真中の斜めの線を境に線対称になっている。

- ④ 12のように4つの数を取り出し、たすき掛けすると同じ数になる。

24

- ⑤ 新しい数を作る

2の段と8の段で10の段ができる

これはかけ算を学習する小学校2年生だけでなく、高学年でも数の多様な見方ができる。数に対する豊かな感覚が育つ。

【例2】 フィボナッチ数列

【数学的な思考力との関連】

帰納的な考え

【算数的活動との関連】

算数に関する課題について考えたり、算数の知識をもとに発展的・応用的に考えたりする活動

1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、144、233、377、610、987・・・

どんな数の並び方をしていますか

右の数字を左の数字でわってみましょう

黄金比との関連

ある数を2乗してみましょう (A) その前後の数をかけた数 (B) AとBの関係は？

【反応例】

どんな数の並び方をしていますか

前の項をたしていくルール

右の数字を左の数字でわってみましょう

1、1.5、1.66、1.6、1.625、1.615・・・

黄金比との関連

黄金比に近づいていく

ある数を2乗してみましょう (A) その前後の数をかけた数 (B) AとBの関係は？

$4 > 3$ $9 < 10$ $25 > 24$ のように

交互に大小になり、1違う

【感想】

- ・ 仕組みを解けた
- ・ ある数の2乗と前後をかけた数が1違いなのが驚いた
- ・ 並び方の法則を見つけるのが面白い
- ・ 数はきまりをいろいろ発見できて面白かった
- ・ ただの数字に見えてもおもしろいきまりがあったりするのだなと思った
- ・ 数の規則によって不思議なことが起こることを知った
- ・ 何気ない数列がいろいろな共通点や違いを持っていて計算しながら見つけることが楽しかった
- ・ 黄金比は料理で聞いたことがあったけど算数にもあったんだなあと驚きました

算数というより、数学の内容であるが、数の並び方から決まりを発見させるのに適した教材である。こうした活動から、知的好奇心を持って他のことも調べようとするきっかけになると考える。

5. まとめ

各観点毎に具体例を挙げて、算数的活動を通して数学的な思考力がつき、考える楽しさが感得できるか述べてきた。2012年8月に次のような設問をした。

「算数の好きな子どもを作るにはどのような指導や教材が大切だと思いますか。前期の感想も含めて書きなさい」で学生が書いた算数の前期のまとめと感想を一部取り上げてみる。

*下線は筆者が引く

- ・ 使う教材も重要になってくると思います。ただ机に向かって書いているよりもゲーム感覚でやってみたり、面白そう、使えそうって教材を持ち込んだり、楽しめる内容も時には重要だと思いました。(3年Aさん)
- ・ 展開図やサイコロを使い、実際にあるものを使うのが楽しくなるので、意欲的に参加できると思いました。(3年B君)
- ・ 算数を好きになるには、算数の特徴などを生かした遊びから指導を始めていくのがいいと思った。(3年C君)
- ・ まず子どもが算数を楽しみと思えるようにする。(中略) 図形では授業でやった展開図だったり、ペントミノ。ただ口で説明するだけでなく、実際に子どもに作らせたりすると、子どもも飽きずにたのしくできるのではないかと思う。とにかく子どもの好きなもの、興味を引き出すような教材、指導が必要だと思う。図形の作成など大学生の自分たちでも楽しく集中できたので、小学生もやれば、算数の楽しさを知り、好きになれるのではないかと思う。(3年D君)
- ・ この算数という授業を受けて、子どもたちが算数を好きになるには、「わかる」ということが大切だと感じた。わかることによって楽しくなるし、もっとやろうという気になると思った。しかしそれには「わかる」ように教える先生が大事である。教え方1つで分かるようにもなるし、嫌いにもなる。「わかる」授業とは体を使ったり、楽しく説明したりすることだと思う。しかし、それがただの遊びになっては意味がないのでそこを注意しなければならない。この授業では楽しく繰り返すことで算数というものを楽しくできた。(3年E君)

(知見)

学生の解答から、算数的な活動を通して考えると楽しく学べるということが分かった。そのためにはよい算数的な教材が大切である。ゲーム感覚で解いたり、実際に体を使った作業はあくまでも手段であって、目的は数学的思考力をつけることである。思考の道具として、自由に図や表を使って説明することが大切である。また、学生たちが楽しく取り組んでいた

ことを実感した。大人が楽しく取り組めれば子どもたちも楽しく取り組めることを再認識した。

(今後の課題)

よりこれらの教材を子どもへの実践で検証することである。

【引用・参考文献】

橋本由美子、新しい算数研究 9月号算数小話「塵劫記」、東洋館出版社、pp.34-35、2008.

橋本由美子、浦和論叢 第43号「和算を算数教育に取り入れる意義とその教材化」、p.90、2010.

橋本吉彦、算数教育原論、東洋館出版社、pp.71-74、p.107、2009.

文部科学省、個に応じた指導に関する指導資料—発展的な学習や補充的学習の推進—、教育出版株式会社、pp.105-110、2002.

文部科学省、小学校学習指導要領解説「算数編」、東洋館出版社、p.8、2008.

佐藤健一、和算百話、東洋書店、pp.18-19、2007.

吉田光由、塵劫記、岩波文庫、pp.230-231、2004.

Summary

Study on Devising Teaching Materials Which the Students Appreciate Pleasure
to Think through Mathematical Activities

Yumiko Hashimoto

The aim of this study is to devise teaching materials which the students appreciate pleasure to think through mathematical activities.

First mathematical activities and mathematical abilities to think were considered.

Second teaching materials were devised when mathematical problems were given.

They were classified by the following five points.

- (1) Children or students feel close to "Wasan".
- (2) Children can use teaching materials in daily life.
- (3) Puzzle components should be included.
- (4) Children can find number patterns or feel beauty on geometrical figures.
- (5) Children can find mathematical rules by doing mathematical activities.

Third concrete examples to the above five points were shown and students' responses to them were given.

As a conclusion, one of the students' responses was "thinking is fun".

Remaning theme is that children's responses instead of students' responses should be analyzed.

Keywords mathematical activity, mathematical ability, Wasan, teaching material

(2012年11月15日受領)